**Adatbank önellenőrzéshez**

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 1

S

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**4**

**4**

**3**

**6**

**9**

**3**

**1**

**5**

**6**

**2**

**7**

**3**

**4**

Keressen minimális kifeszítőfát a **Prim** algoritmus segítségével. Hány kilométer a minimális kifeszítőfában szereplő élek összhossza?

**Megoldás**:

**4**

**4**

**3**

**6**

**9**

**3**

**1**

**5**

**6**

**2**

**7**

**3**

**4**

Kiválasztott utak, sorrendben: AC, CB, CD, CE, DF, FG.

Összhosszúságuk 16 km.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 2

S

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**4**

**4**

**3**

**6**

**9**

**3**

**1**

**5**

**6**

**2**

**7**

**3**

**4**

Keressen minimális kifeszítőfát a **Kruskal** algoritmus segítségével. Hány kilométer a minimális kifeszítőfában szereplő élek összhossza?

**Megoldás**:

**4**

**4**

**3**

**6**

**9**

**3**

**1**

**5**

**6**

**2**

**7**

**3**

**4**

Kiválasztott utak, sorrendben: CB, CD, CA, CE, FG, DF.

Összhosszúságuk 16 km.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 3

M

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**4**

**4**

**3**

**6**

**9**

**3**

**1**

**5**

**6**

**2**

**7**

**3**

**4**

Keressen legrövidebb utat az A és G csomópontok között a Dijkstra-féle címkéző algoritmus segítségével. Hány km hosszú a legrövidebb út?

**Megoldás**:

*4*

*6*

**4**

*0*

**4**

**3**

**6**

*3*

**9**

**3**

**1**

**5**

*12*

*9*

**6**

**2**

**7**

*5*

**3**

**4**

Legrövidebb utak: A – C – E – G, A – C – G, A – C – D – F - G.

A legrövidebb út 12 km hosszú.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 4

S

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok raktárakat, az élek lehetséges utakat, a súlyok a raktárak közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**8**

**2**

**6**

**11**

**1**

**3**

**4**

**10**

**1**

**3**

**2**

**2**

**4**

**4**

**5**

Keressen minimális kifeszítőfát a **Prim** algoritmus segítségével. Hány kilométer a minimális kifeszítőfában szereplő élek összhossza?

**Megoldás**:

**8**

**2**

**6**

**11**

**1**

**3**

**4**

**10**

**1**

**3**

**2**

**2**

**4**

**4**

**5**

Kiválasztott utak, sorrendben: HI, IJ, IK, KL, LM, MN, NO.

Összhosszúságuk 15 km.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 5

S

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok raktárakat, az élek lehetséges utakat, a súlyok a raktárak közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**8**

**2**

**6**

**11**

**1**

**3**

**4**

**10**

**1**

**3**

**2**

**2**

**4**

**4**

**5**

Keressen minimális kifeszítőfát a **Kruskal** algoritmus segítségével. Hány kilométer a minimális kifeszítőfában szereplő élek összhossza?

**Megoldás**:

**8**

**2**

**6**

**11**

**1**

**3**

**4**

**10**

**1**

**3**

**2**

**2**

**4**

**4**

**5**

Kiválasztott utak, sorrendben: KL, NO, IJ, IK, LM, IH, MN.

Összhosszúságuk 15 km.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 6

M

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok raktárakat, az élek lehetséges utakat, a súlyok a raktárak közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**8**

**2**

**6**

**11**

**1**

**3**

**4**

**10**

**1**

**3**

**2**

**2**

**4**

**4**

**5**

Keressen legrövidebb utat a H és O csomópontok között a Dijkstra-féle címkéző algoritmus segítségével. Hány km hosszú a legrövidebb út?

**Megoldás**:

*5*

*3*

*12*

**8**

**2**

*0*

**6**

**11**

**1**

**3**

*6*

**4**

**10**

**1**

**3**

**2**

*4*

*13*

**2**

**4**

*8*

**4**

**5**

Legrövidebb utak: H – I – K – L – M – N - O, H – I – L – N - O.

A legrövidebb út 13 km hosszú.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 7

M

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok szállodákat, az élek lehetséges utakat, a súlyok a szállodák közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**9**

**5**

**3**

**10**

**5**

**5**

**3**

**2**

**2**

**7**

**1**

**9**

**3**

**9**

**8**

**4**

**2**

**2**

**8**

**5**

Keressen minimális kifeszítőfát a **Prim** algoritmus segítségével. Hány kilométer a minimális kifeszítőfában szereplő élek összhossza?

**Megoldás**:

**9**

**5**

**3**

**10**

**5**

**5**

**3**

**2**

**2**

**7**

**1**

**9**

**3**

**9**

**8**

**4**

**2**

**2**

**8**

**5**

Kiválasztott utak, sorrendben: PQ, QR, QS, ST, TU, UW, TX, XY, YZ.

Összhosszúságuk 26 km.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 8

M

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok szállodákat, az élek lehetséges utakat, a súlyok a szállodák közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**9**

**5**

**3**

**10**

**5**

**5**

**3**

**2**

**2**

**7**

**1**

**9**

**3**

**9**

**8**

**4**

**2**

**2**

**8**

**5**

Keressen minimális kifeszítőfát a **Kruskal** algoritmus segítségével. Hány kilométer a minimális kifeszítőfában szereplő élek összhossza?

**Megoldás**:

**9**

**5**

**3**

**10**

**5**

**5**

**3**

**2**

**2**

**7**

**1**

**9**

**3**

**9**

**8**

**4**

**2**

**2**

**8**

**5**

Kiválasztott utak, sorrendben: TU, UW, XY, QR, QP, TX, YZ, QS, ST.

Összhosszúságuk 26 km.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 9

L

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok szállodákat, az élek lehetséges utakat, a súlyok a szállodák közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**9**

**5**

**3**

**10**

**5**

**5**

**3**

**2**

**2**

**7**

**1**

**9**

**3**

**9**

**8**

**4**

**2**

**2**

**8**

**5**

Keressen legrövidebb utat a P és Z csomópontok között a Dijkstra-féle címkéző algoritmus segítségével. Hány km hosszú a legrövidebb út?

**Megoldás**:

*8*

*15*

**9**

*3*

**5**

*12*

**3**

**10**

**5**

**5**

*20*

**3**

*0*

**2**

**2**

*11*

**7**

**1**

**9**

*4*

*17*

**3**

**9**

**8**

**4**

**2**

**2**

*9*

**8**

**5**

Legrövidebb út: P – R – W – U – T – X – Y - Z.

A legrövidebb út 20 km hosszú.

**Mátrixos**

**Címe**: 10

M

**Kérdés**: Keressék meg az alábbi iráyított gráf A és H csomópontjai között lévő leghosszabb utat szomszédsági mátrix segítségével. Mennyi a leghosszabb út hossza, ha a gráf súlyai távolságokat jelentenek méterben megadva?

**11**

**4**

**5**

**13**

**7**

**7**

**8**

**5**

**7**

**5**

**7**

**9**

**6**

**15**

**Megoldás**:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | A | B | C | D | E | G | F | H | Leghosszabb út |
| A |  | 5 | 7 | 5 |  |  |  |  | 0 |
| B |  |  |  |  | 4 |  |  |  | 5A |
| C |  |  |  | 9 |  | 15 |  |  | 7A |
| D |  |  |  |  | 8 | 7 | 13 |  | 16C |
| E |  |  |  |  |  | 5 | 11 | 7 | 24D |
| G |  |  |  |  |  |  |  | 6 | 29E |
| F |  |  |  |  |  |  |  | 7 | 35E |
| H |  |  |  |  |  |  |  |  | 42F |

Leghosszabb út A-tól H-ig: A – C – D – E – F – H.

Leghosszabb út hossza: 42 méter.

**Mátrixos**

**Címe**: 11

L

**Kérdés**: Keressék meg az alábbi iráyított gráf K és T csomópontjai között lévő leghosszabb utat szomszédsági mátrix segítségével. Mennyi a leghosszabb út hossza, ha a gráf súlyai távolságokat jelentenek méterben megadva?

**7**

**4**

**9**

**8**

**7**

**4**

**5**

**9**

**12**

**8**

**4**

**5**

**7**

**5**

**10**

**9**

**6**

**10**

**Megoldás**:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | K | L | M | N | O | P | R | S | T | Leghosszabb út |
| K |  | 7 | 8 | 5 |  |  |  |  |  | 0 |
| L |  |  |  | 9 |  | 10 |  |  |  | 7K |
| M |  |  |  | 4 |  |  |  |  |  | 8K |
| N |  |  |  |  | 8 | 10 | 9 |  |  | 16L |
| O |  |  |  |  |  | 5 | 9 |  | 7 | 24N |
| P |  |  |  |  |  |  | 4 | 4 | 6 | 29O |
| R |  |  |  |  |  |  |  | 7 | 12 | 33 O,P |
| S |  |  |  |  |  |  |  |  | 5 | 40R |
| T |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 45 R,S |

Leghosszabb utak K-tól T-ig:

K – L – N – O – R – T,

K – L – N – O – P – R – T,

K – L – N – O – R – S – T,

K – L – N - O – P – R – S - T.

Leghosszabb utak hossza: 45 méter.

**LP modelles**

**Címe**: 12

L

**Kérdés**: Az alábbi gráf élei csőhálózatot mintáznak. A csövekben a megadott irányba halad folyadék az élekre írt lehetséges maximális kapacitásoknak megfelelően, m3/sec-ben mérve.

Írjon lineáris programozási modellt a csőhálózaton időegység alatt átfolyható folyadék maximumának kiszámítására.

**6**

**4**

**5**

**5**

**6**

**3**

**6**

**6**

**4**

**6**

**Megoldás**:

xij – az i-edik csomópontból a j-edik csomópontba továbbított mennyiség (m3/sec)

xAE, xAI, xAU, xEI, xEO, xEU, xIO, xIU, xUO , xOA ≥ 0

xAE ≤ 4, xAI ≤ 6, xAU ≤ 5, xEI ≤ 3, xEO ≤ 6, xEU ≤ 5, xIO ≤ 6, xIU ≤ 4, xUO ≤ 6

xOA = xAE + xAI + xAU

xAE = xEI + xEO + xEU

xAI + xEI = xIO + xIU

xAU + xEU + xIU = xUO

xEO + xIO +xUO = xOA

xOA → MAX

Optimális megoldás:

AE: 4, AI: 6, AU: 5, EI: 1, EO: 3, IO: 6, IU: 1, UO: 6 kapacitás kihasználtság estén tud maximális folyam áthaladni a hálózaton, másodpercenként 15 m3.

**LP modelles**

**Címe**: 13

L

**Kérdés**: Az alábbi gráf élei csőhálózatot mintáznak. A csövekben a megadott irányba halad folyadék az élekre írt lehetséges maximális kapacitásoknak megfelelően, m3/sec-ben mérve.

Írjon lineáris programozási modellt a csőhálózaton időegység alatt átfolyható folyadék maximumának kiszámítására.

**3**

**2**

**7**

**1**

**5**

**6**

**3**

**4**

**4**

**9**

**Megoldás**:

xij – az i-edik csomópontból a j-edik csomópontba továbbított mennyiség (m3/sec)

xBD, xBF, xBH, xDF, xDG, xDH, xFG, xFH, xGH , xHB ≥ 0

xBD ≤ 7, xBF ≤ 9, xBH ≤ 2, xDF ≤ 3, xDG ≤ 1, xDH ≤ 3, xFG ≤ 4, xFH ≤ 5, xGH ≤ 4

xHB = xBD + xBF + xBH

xBD = xDF + xDG + xDH

xBF + xDF = xFG + xFH

xDG + xFG = xGH

xBH + xDH + xFH + xGH = xHB

xHB → MAX

Optimális megoldás:

BD: 3, BF: 9, BH: 2, DH: 3, FG: 4, FH: 5, GH: 4 kapacitás kihasználtság estén tud maximális folyam áthaladni a hálózaton, másodpercenként 14 m3.

**LP modelles**

**Címe**: 14

M

**Kérdés**: Az alábbi irányított gráf egy összetett feladat egymásra épülő tevékenységeinek hálózatát adja meg. Minden egyes tevékenységet csak akkor lehet elkezdeni, amikor már az összes azt megelőző tevékenység befejeződött, és legalább annyi nap alatt végezhető el, amennyit a hozzárendelt súly mutat. Legalább hány napra van szükség a feladat elvégzéséhez? Adja meg a kritikus utat.

**8**

**6**

**7**

**5**

**9**

**7**

**12**

**10**

**6**

**8**

**Megoldás:**

A feladat matematikai modellje:

xi – az i-edik esemény bekövetkezésének ideje

xA, xD, xF, xM, xP, xZ ≥ 0

xF – xA ≥ 5

xD – xA ≥ 6

xF – xD ≥ 7

xM – xD ≥ 6

xP – xD ≥ 8

xM – xF ≥ 8

xP – xF ≥ 12

xP – xM ≥ 9

xZ – xM ≥ 7

xZ – xP ≥ 10

z = xZ – xA → MIN

Megoldás:

A feladat elvégzéséhez legalább 40 napra van szükség.

A kritikus út: A → D → F → M → P → Z.

**LP modelles**

**Címe**: 15

M

**Kérdés**: Az alábbi irányított gráf egy összetett feladat egymásra épülő tevékenységeinek hálózatát adja meg. Minden egyes tevékenységet csak akkor lehet elkezdeni, amikor már az összes azt megelőző tevékenység befejeződött, és legalább annyi nap alatt végezhető el, amennyit a hozzárendelt súly mutat. Legalább hány napra van szükség a feladat elvégzéséhez? Adja meg a kritikus utat.

**8**

**14**

**11**

**8**

**6**

**5**

**12**

**15**

**9**

**8**

**Megoldás:**

A feladat matematikai modellje:

xi – az i-edik esemény bekövetkezésének ideje

xT, xK, xN, xD, xG  ≥ 0

xK – xT ≥ 9

xN – xT ≥ 8

xN – xK ≥ 5

xD – xT ≥ 14

xG – xT ≥ 15

xD – xK ≥ 11

xG – xK ≥ 8

xD – xN ≥ 8

xG – xN ≥ 12

xG – xD ≥ 6

z = xG – xT → MIN

Megoldás:

A feladat elvégzéséhez legalább 28 napra van szükség.

A kritikus út: T → K → N → D → G.